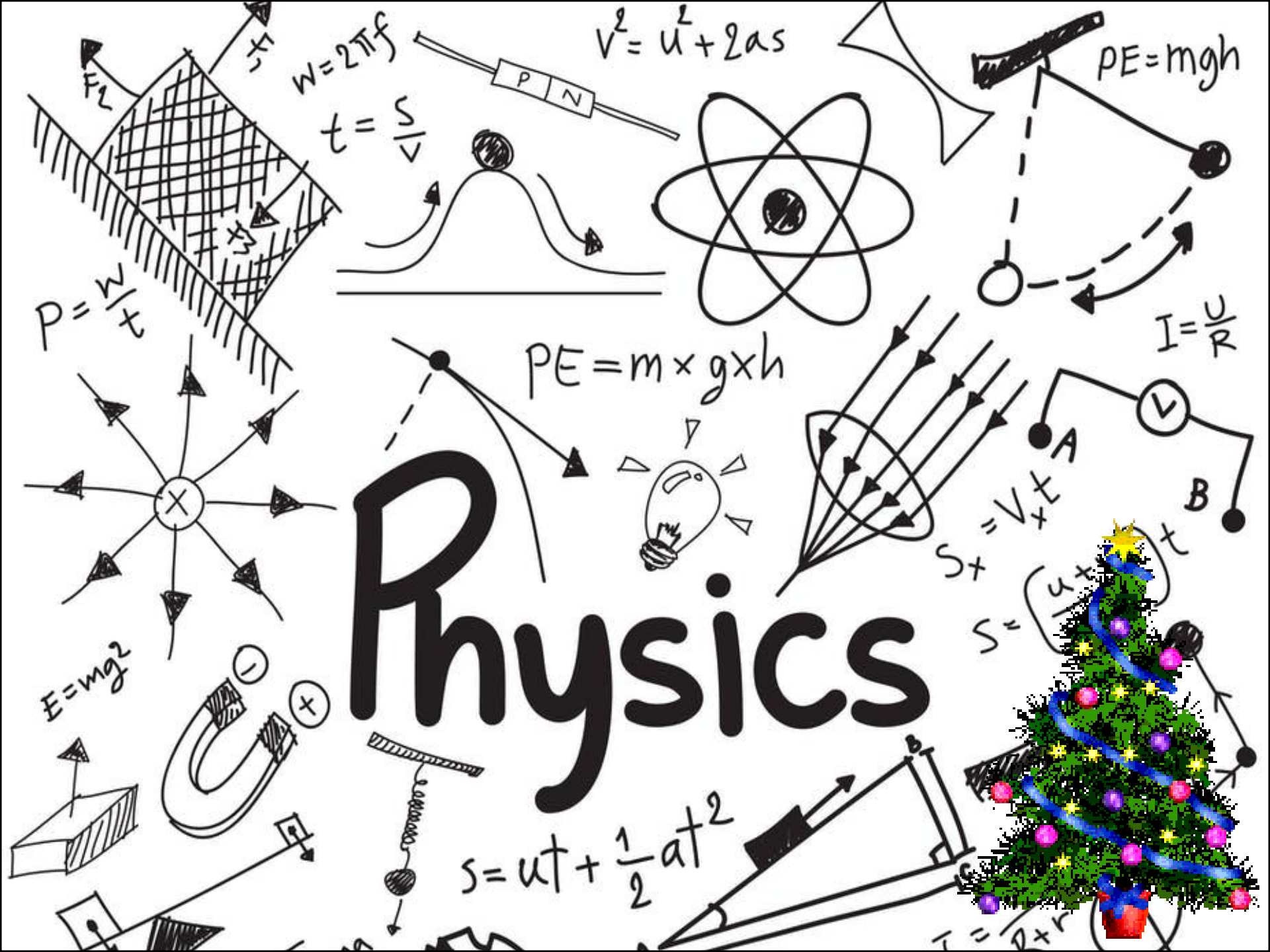


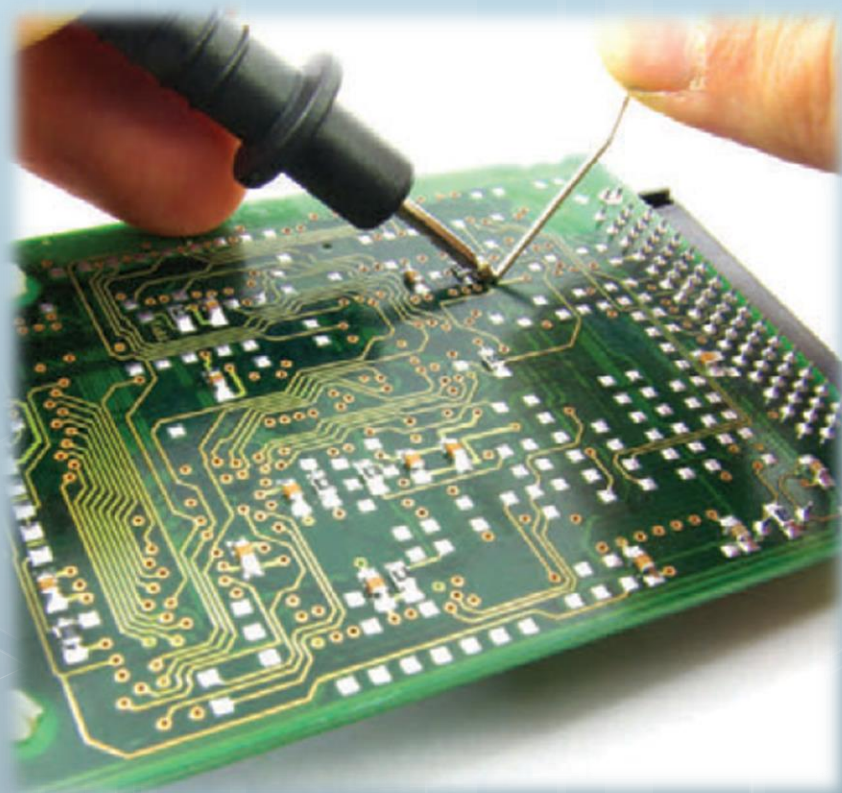
Physics





Reminder...

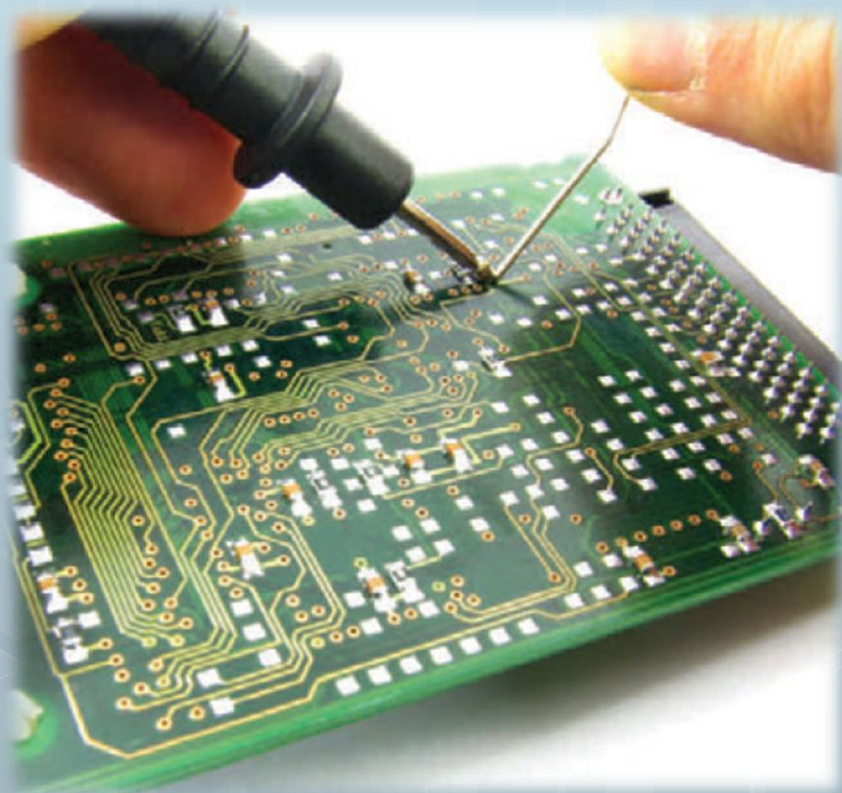
- ◉ Διαλέξεις
 - ◉ Προαιρετική παρουσία!
- ◉ Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε
- ◉ Δεν υπάρχουν απουσίες
- ◉ Υπάρχει σεβασμός στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία
- ◉ Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά



Εικόνα: Επισκευή μιας πλακέτας κυκλωμάτων ενός υπολογιστή. Χρησιμοποιούμε καθημερινά αντικείμενα που περιέχουν ηλεκτρικά κυκλώματα, συμπεριλαμβανομένων και κάποιων με πολύ μικρότερες πλακέτες από την εικονιζόμενη. Μεταξύ αυτών, έχουμε τα φορητά βιντεοπαιχνίδια, τα κινητά τηλέφωνα, και τις ψηφιακές φωτογραφικές μηχανές. Σε αυτό το κεφάλαιο, μελετάμε απλά ηλεκτρικά κυκλώματα και μαθαίνουμε πώς να τα αναλύουμε.

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρικά Κυκλώματα
Συνεχούς Ρεύματος



Εικόνα: Επισκευή μιας πλακέτας κυκλωμάτων ενός υπολογιστή. Χρησιμοποιούμε καθημερινά αντικείμενα που περιέχουν ηλεκτρικά κυκλώματα, συμπεριλαμβανομένων και κάποιων με πολύ μικρότερες πλακέτες από την εικονιζόμενη. Μεταξύ αυτών, έχουμε τα φορητά βιντεοπαιχνίδια, τα κινητά τηλέφωνα, και τις ψηφιακές φωτογραφικές μηχανές. Σε αυτό το κεφάλαιο, μελετάμε απλά ηλεκτρικά κυκλώματα και μαθαίνουμε πώς να τα αναλύουμε.

Φυσική για Μηχανικούς

Ηλεκτρικά Κυκλώματα Συνεχούς Ρεύματος



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

◉ Εισαγωγή

- ◉ Τα κυκλώματα που θα δούμε περιέχουν τους δομικούς λίθους που συζητήσαμε ως τώρα
 - ◉ Αντιστάσεις, πυκνωτές, και πηγές διαφοράς δυναμικού (μπαταρίες)
- ◉ Στην προσπάθεια ανάλυσής τους θα μάθουμε για τους **Κανόνες του Kirchhoff**
 - ◉ Προέρχονται από την **αρχή διατήρησης της ενέργειας** και την **αρχή διατήρησης του φορτίου**
- ◉ Το ρεύμα που θα διαρρέει τα κυκλώματά μας θα είναι (αρχικά) σταθερό σε κατεύθυνση αλλά όχι πάντα και σε μέτρο
- ◉ Ξεκινώντας, ας μιλήσουμε πρώτα με λίγο περισσότερη λεπτομέρεια για τον «πάροχο της ενέργειας», την μπαταρία



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

● Μπαταρία

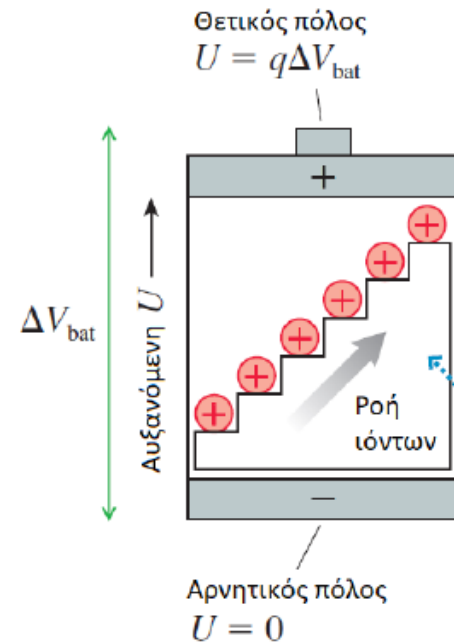
- Η βασική πηγή διαφοράς δυναμικού θα είναι η μπαταρία
- Πόλοι μπαταρίας:
 - Θετικός (+): υψηλού δυναμικού
 - Αρνητικός (-): χαμηλότερου δυναμικού
- Όταν συνδέεται σε κύκλωμα, οι ηλεκτροχημικές διεργασίες που συμβαίνουν μέσα της επιτρέπουν να παράγει έργο επάνω σε θετικά φορτία...
 - ...δημιουργώντας ροή θετικών φορτίων από τον αρνητικό πόλο στο θετικό πόλο
 - Ηλεκτρόνια «φεύγουν» από τον αρνητικό πόλο προς το θετικό πόλο μέσω του εξωτερικού κυκλώματος
- Αυτή η ροή είναι τμήμα του ρεύματος που εγκαθίσταται στο κύκλωμα
 - ...αφού ως ρεύμα θεωρούμε τη ροή **θετικών** φορτίων

Ηλεκτρικά Κυκλώματα



- Μπαταρία

- Μπορούμε να θεωρήσουμε ένα **ιδεατό** μοντέλο μιας μπαταρίας ως μια κυλιόμενη σκάλα φορτίου
- Η σκάλα ανυψώνει θετικά φορτία από τον αρνητικό στο θετικό πόλο



Η σκάλα φορτίου "ανυψώνει" φορτίο από την αρνητική πλευρά προς τη θετική πλευρά. Το φορτίο q λαμβάνει ενέργεια $\Delta U = q\Delta V_{bat}$.

- Μπορούμε να πούμε ότι:

- Η μπαταρία παρέχει διαφορά δυναμικού ΔV μεταξύ των ακρών ενός καλωδίου
- Η διαφορά δυναμικού προκαλεί ηλεκτρικό πεδίο $E = \frac{\Delta V}{L}$ σε ένα καλώδιο μήκους L
- Το πεδίο εγκαθιστά ρεύμα $I = JA = \sigma AE$ στο καλώδιο διατομής A
- Το μέτρο του ρεύματος καθορίζεται από τα στοιχεία του κυκλώματος



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

● Ηλεκτρεγερτική Δύναμη

- Επειδή η διαφορά δυναμικού στους πόλους μιας μπαταρίας είναι σταθερή για ένα δεδομένο κύκλωμα, το ρεύμα είναι επίσης σταθερό, και λέγεται **συνεχές ρεύμα**
 - Στην πραγματικότητα, η μπαταρία έχει διάρκεια ζωής
 - Ξεκινά δίνοντας μια διαφορά δυναμικού ΔV , η οποία φθίνει με την πάροδο του χρόνου
- Η μπαταρία καλείται **πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης (πηγή ΗΕΔ)**
 - Ορολογικό «απομεινάρι» από τις εποχές που δε γνωρίζαμε ακριβώς τι γίνεται με τα φορτία ☺ και συμβολίζεται με **$\mathcal{E}$**
 - Η **ΗΕΔ $\mathcal{E}$** μιας μπαταρίας είναι η **μέγιστη δυνατή διαφορά δυναμικού (τάση) (ΔV)** που μπορεί να δώσει ανάμεσα στους πόλους της





Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- Ηλεκτρεγερτική Δύναμη

- Σε ό,τι ακολουθήσει θα υποθέσουμε ότι:

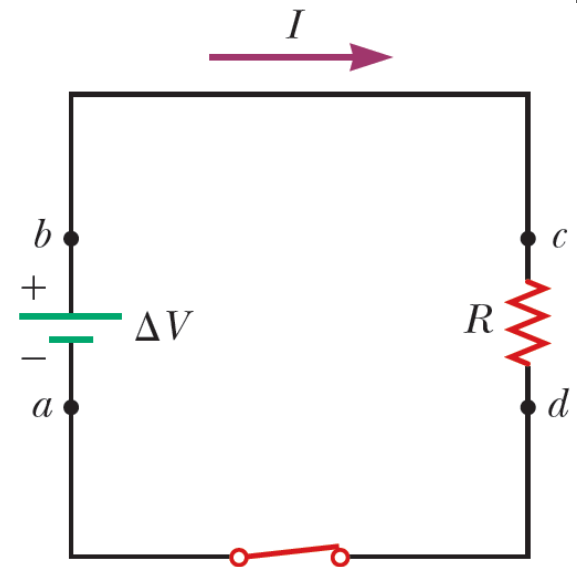
- Τα καλώδια ενός κυκλώματος **δεν** έχουν αντίσταση (ιδανικά)
- Ο **θετικός** πόλος της μπαταρίας είναι **υψηλότερου δυναμικού** από τον **αρνητικό**
- Το ηλεκτρικό ρεύμα εντός μπαταρίας κινείται από τον **αρνητικό** πόλο προς το **θετικό** πόλο της μπαταρίας



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

• Ηλεκτρική Ισχύς

- Σε τυπικά ηλεκτρικά κυκλώματα, η **ενέργεια** μεταφέρεται από μια πηγή όπως η μπαταρία, σε μια λάμπα ή μια συσκευή
- Ας βρούμε μια έκφραση που θα μας δίνει το **ρυθμό μεταφοράς** αυτής της ενέργειας!
- Ας θεωρήσουμε το διπλανό κύκλωμα όπου ενέργεια μεταφέρεται σε έναν αντιστάτη

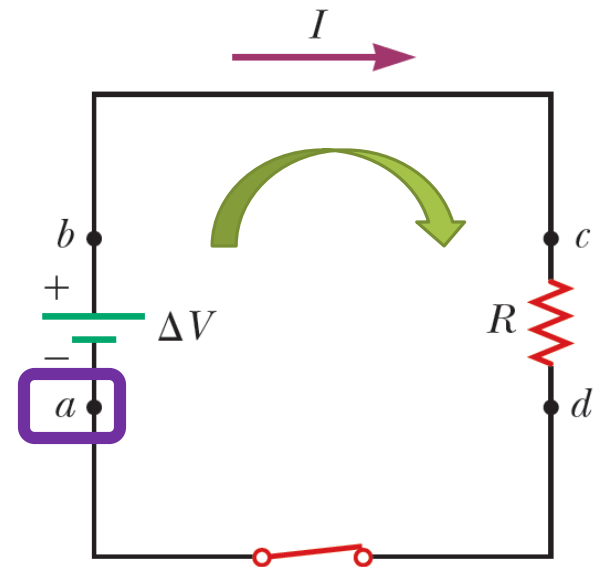




Ηλεκτρικά Κυκλώματα

● Ηλεκτρική Ισχύς

- Ας θεωρήσουμε ότι ακολουθούμε ένα φορτίο q που κινείται στο κύκλωμα κατά τη φορά του ρολογιού, ξεκινώντας και καταλήγοντας στο σημείο a
 - Από το a στο b , η ηλεκτρ. δυναμική ενέργεια του συστήματος αυξάνεται κατά $q\Delta V$
 - ...ενώ η χημική δυναμική ενέργεια της μπαταρίας μειώνεται εξίσου
 - Όσο το φορτίο κινείται από το c στο d , η ηλεκτρ. δυναμική ενέργεια του συστήματος μειώνεται λόγω της σύγκρουσης ηλεκτρονίων με τα άτομα του αντιστάτη
 - Μετατροπή ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας σε θερμική ενέργεια

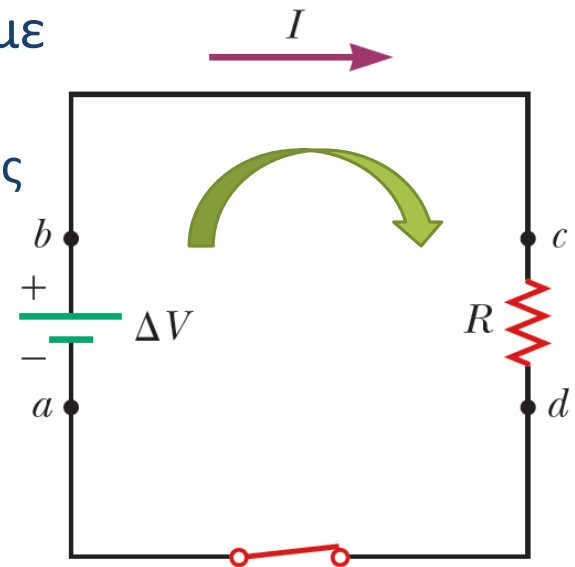




Ηλεκτρικά Κυκλώματα

● Ηλεκτρική Ισχύς

- Όταν το φορτίο q επιστρέφει στο a , το συνολικό αποτέλεσμα είναι ότι ένα τμήμα της χημικής δυναμικής ενέργειας της μπαταρίας μεταφέρθηκε στον αντιστάτη και έμεινε εκεί ως θερμική ενέργεια που σχετίζεται με την κίνηση των ατόμων του αντιστάτη
- Συνήθως ο αντιστάτης είναι σε επαφή με τον αέρα
 - Μεταφέρεται ενέργεια μέσω θερμότητας
 - Εκπέμπεται επίσης ακτινοβολία
- Μετά από λίγο, ο αντιστάτης επανέρχεται σε φυσιολογική θερμοκρασία





Ηλεκτρικά Κυκλώματα

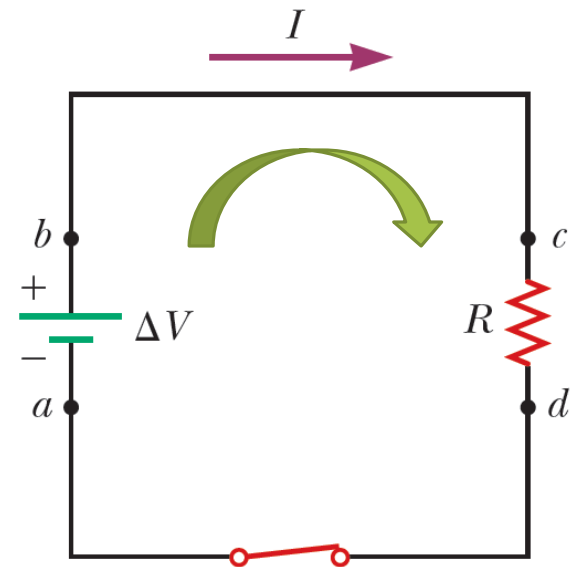
• Ηλεκτρική Ισχύς

- Ας μετρήσουμε τώρα το ρυθμό με τον οποίο η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος μεταβάλλεται (φθίνει) όσο το φορτίο q περνά από τον αντιστάτη:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}(q\Delta V) = \frac{dq}{dt}\Delta V = I\Delta V$$

- Το σύστημα αποκτά ξανά αυτή τη δυναμική ενέργεια όταν το φορτίο περάσει ξανά από την μπαταρία
 - Φυσικά, με το κόστος απώλειας χημικής ενέργειας από την μπαταρία
- Ο ρυθμός αυτός είναι ίσος με το ρυθμό με τον οποίο αυξάνεται η θερμική ενέργεια στον αντιστάτη
- **Ισχύς P** που παραδίδεται:

$$P = I\Delta V = I^2 R = \frac{\Delta V^2}{R}$$

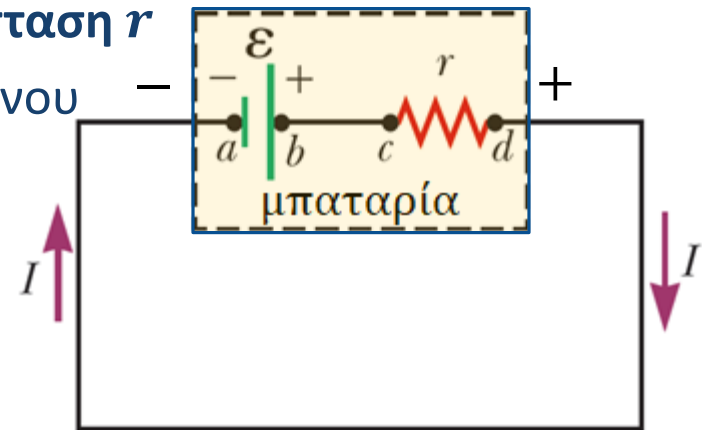




Ηλεκτρικά Κυκλώματα

• Ηλεκτρεγερτική Δύναμη

- Ιδανικά, η διαφορά δυναμικού ΔV στα άκρα της μπαταρίας ισούται με την ΗΕΔ της, $\mathcal{E}$
- Στην πράξη όμως, δεν ισχύει.
- Μια πραγματική μπαταρία έχει κι αυτή τη δική της «αντίσταση»
 - Την ονομάζουμε **εσωτερική αντίσταση** r
 - Αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου
- Το σχήμα δείχνει ένα **μοντέλο μπαταρίας** (μπεζ κουτί)
- Ιδανική ΗΕΔ κι αντίσταση r σε σειρά:



$$V_d - V_a = (V_d - V_c) + (V_c - V_b) + (V_b - V_a)$$



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

• Ηλεκτρεγερτική Δύναμη

- Ιδανική ΗΕΔ κι αντίσταση r σε σειρά:

$$V_d - V_a = (V_d - V_c) + (V_c - V_b) + (V_b - V_a) = \varepsilon - Ir$$

- $V_d - V_c = -Ir$, πτώση δυναμικού ($V_c = V_b > V_d = V_a$)

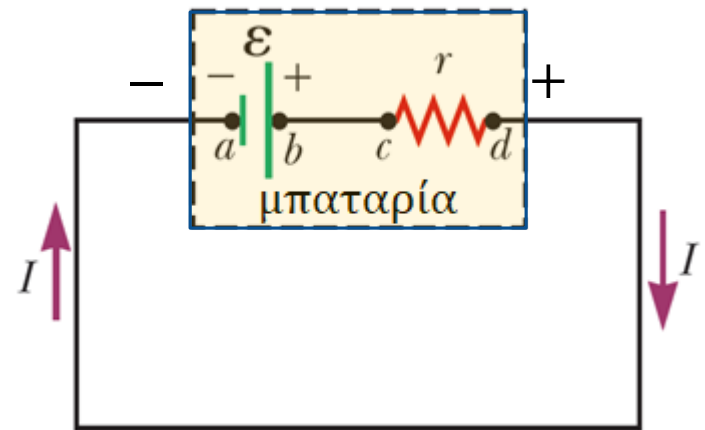
- $V_c - V_b = 0$, ιδανικό καλώδιο

- $V_b - V_a = \varepsilon$, το σημείο b είναι υψηλότερου δυναμικού από το σημείο α

- Επειδή $V_a = V_d \Rightarrow V_d - V_a = 0$

- Άρα το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα είναι

$$\varepsilon - Ir = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r}$$





Ηλεκτρικά Κυκλώματα

● Ηλεκτρεγερτική Δύναμη

- Ας βάλουμε μια εξωτερική αντίσταση R στο κύκλωμα (που πλέον τώρα είναι διαφορετικό σε σχέση με πριν)
- Η διαφορά δυναμικού στα άκρα της αντίστασης R είναι

$$V_f - V_e = -IR \quad (= V_a - V_d)$$

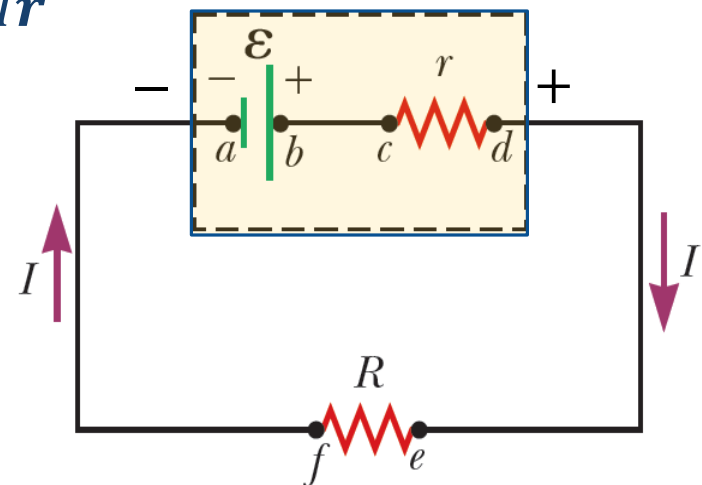
- Σύμφωνα με τη σχέση που υπολογίσαμε πριν, θα έχουμε

$$V_d - V_a = \mathcal{E} - Ir$$

οπότε απ' τις δυο σχέσεις

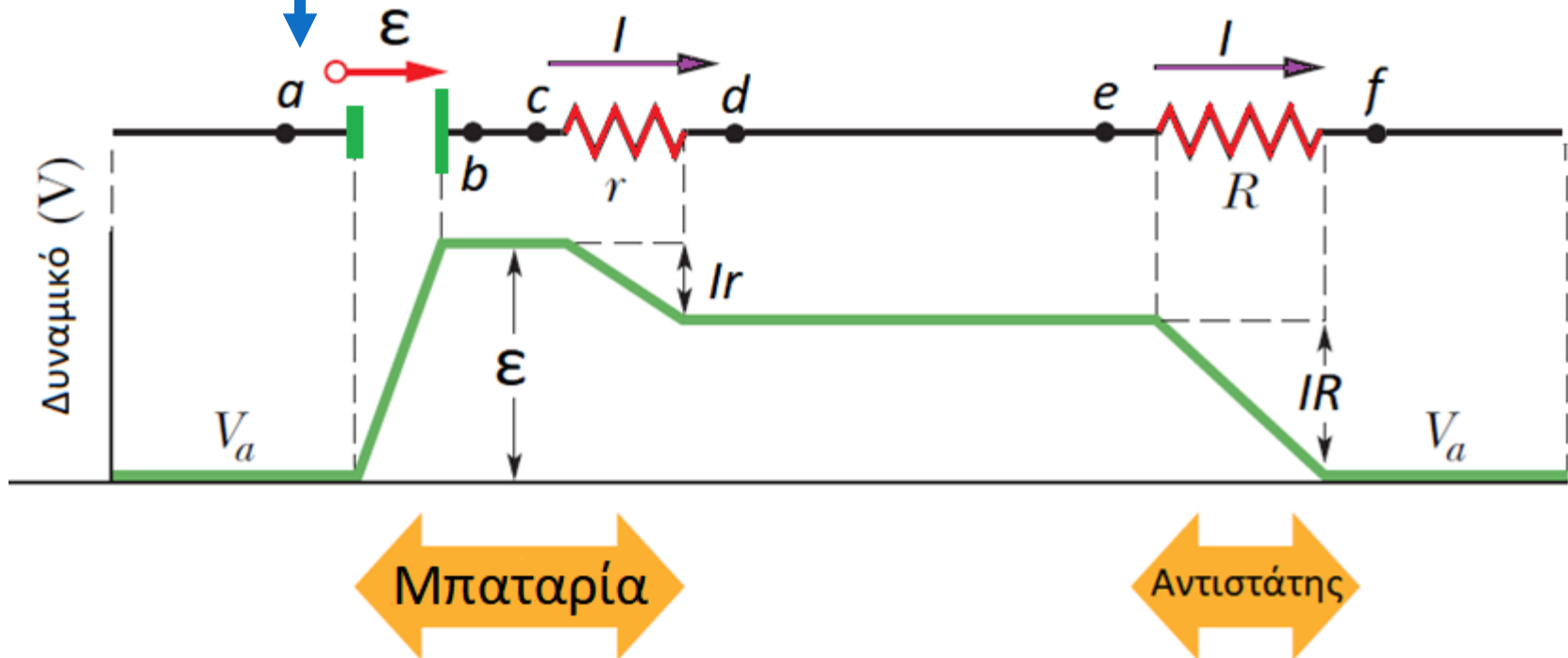
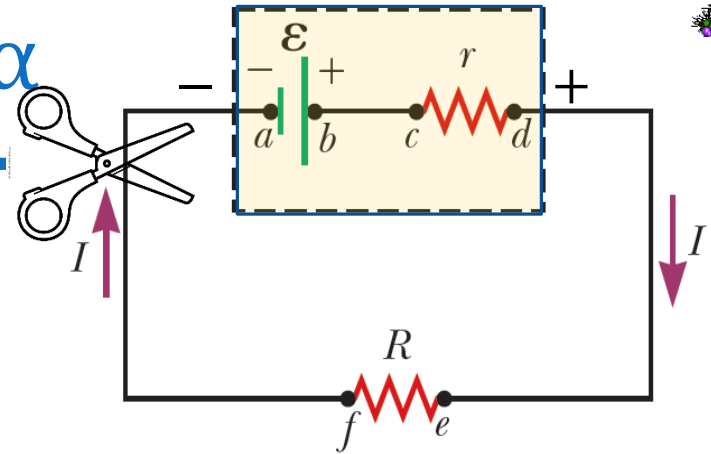
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

- Άρα πλέον το ρεύμα εξαρτάται τόσο από την R όσο κι από την r



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

• Ηλεκτρεγερτική Δύναμη





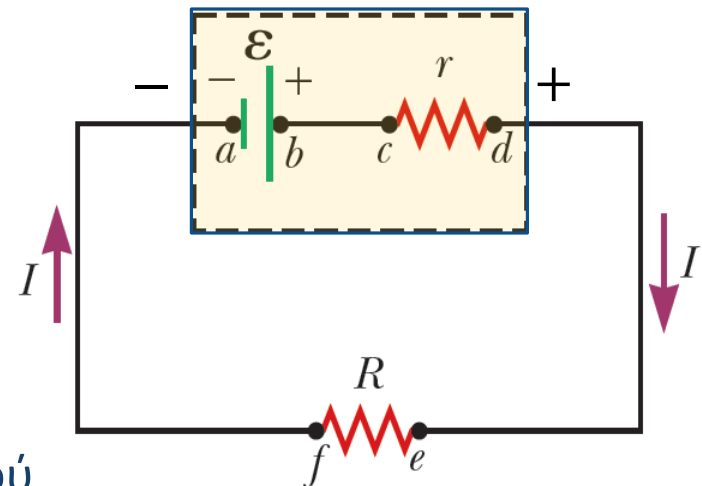
Ηλεκτρικά Κυκλώματα

• Ηλεκτρεγερτική Δύναμη

- Πολλαπλασιάζοντας με I , έχουμε

$$I\varepsilon = I^2R + I^2r \Leftrightarrow P_{source} = P_R + P_r$$

- Αυτό σημαίνει ότι η συνολική ισχύς κατανέμεται τόσο στην εξωτερική αντίσταση R όσο και στην εσωτερική αντίσταση r
- Στην πράξη, η R είναι αρκετά μεγαλύτερη από την r
 - Όσο «γερνάει» η μπαταρία τόσο μεγαλώνει η τιμή του r της
- Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η μπαταρία είναι μια **πηγή σταθερής ΗΕΔ**
 - Όχι σταθερού ρεύματος
 - Όχι σταθερής διαφοράς δυναμικού

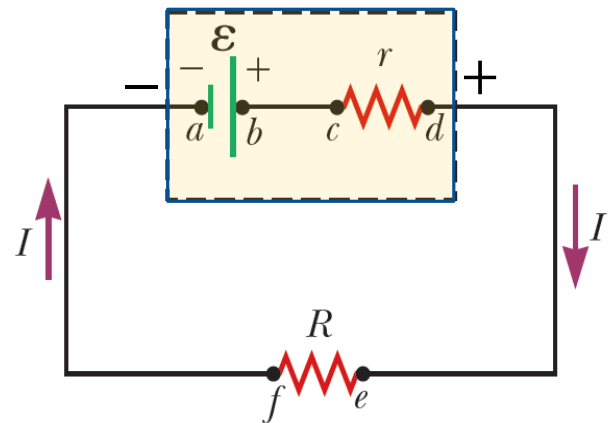




Ηλεκτρικά Κυκλώματα

• Παράδειγμα

- Μια μπαταρία έχει ΗΕΔ 12 V και εσωτερική αντίσταση $r = 0.05\ \Omega$. Οι πόλοι της συνδέονται σε μια εξωτερική αντίσταση με $R = 3\ \Omega$.
- Α) Βρείτε το ρεύμα και τη διαφορά δυναμικού της μπαταρίας
- Β) Υπολογίστε την ισχύ που λαμβάνει ο αντιστάτης, η εσωτερική αντίσταση και την ισχύ που δίνει η μπαταρία





Ηλεκτρικά Κυκλώματα

◉ Παράδειγμα – Λύση:

- ◉ Μια μπαταρία έχει ΗΕΔ 12 V και εσωτερική αντίσταση $r = 0.05 \Omega$. Οι πόλοι της συνδέονται σε μια εξωτερική αντίσταση με $R=3 \Omega$.

A) Βρείτε το ρεύμα και τη διαφορά δυναμικού της μπαταρίας

B) Υπολογίστε την ισχύ που λαμβάνει ο αντιστάτης, η εσωτερική αντίσταση και την ισχύ που δίνει η μπαταρία

$$A) \equiv \text{ερώτ. ε} \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{12}{3+0.05} = \frac{12}{3.05} \simeq 3.93 \text{ A}$$

$$\text{---} \nabla \text{---} \quad \Delta V_{\text{bat}} = \mathcal{E} - I r = 12 - 3.93 \cdot 0.05 \simeq 11.8 \text{ V}$$

$$B) \text{ Είναι } P_R = I^2 R = (3.93)^2 \cdot 3 = 46.33 \text{ W}$$

$$P_r = I^2 r = (3.93)^2 \cdot 0.05 = 0.77 \text{ W}$$

$$\text{Συνολικά, η ισχύς της μπαταρίας είναι } P = P_R + P_r = 47.1 \text{ W}$$



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

- Οι Κανόνες του Kirchhoff

- Για πιο περίπλοκα κυκλώματα, ακολουθούμε κάποιους κανόνες, του λεγόμενου **κανόνες του Kirchhoff**

- 1. **Κανόνας κόμβου:** σε οποιονδήποτε κόμβο (διακλάδωση καλωδίων), το άθροισμα των ρευμάτων πρέπει να είναι **μηδέν**

$$\sum_{\text{κόμβος}} I = 0$$

- Εναλλακτικά:

$$I_{in} = I_{out}$$

Τα ρεύματα που μπαίνουν στον κόμβο έχουν θετικό πρόσημο, ενώ αυτά που βγαίνουν, αρνητικό.

- 2. **Κανόνας βρόχου:** το άθροισμα των διαφορών δυναμικού σε ένα βρόχο πρέπει να είναι μηδέν

$$\sum_{\text{βρόχος}} \Delta V = 0$$

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

Οι Κανόνες του Kirchhoff

1. Κανόνας κόμβου:

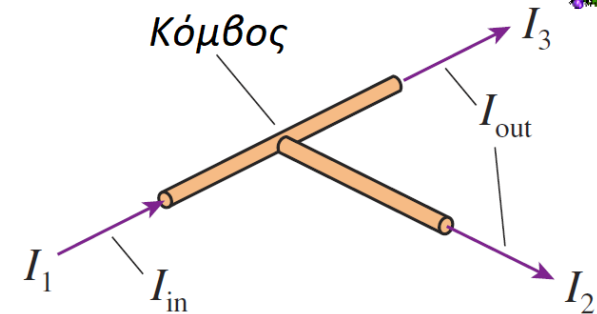
$$I_{in} = I_{out}$$

Προέρχεται από την αρχή διατήρησης του φορτίου

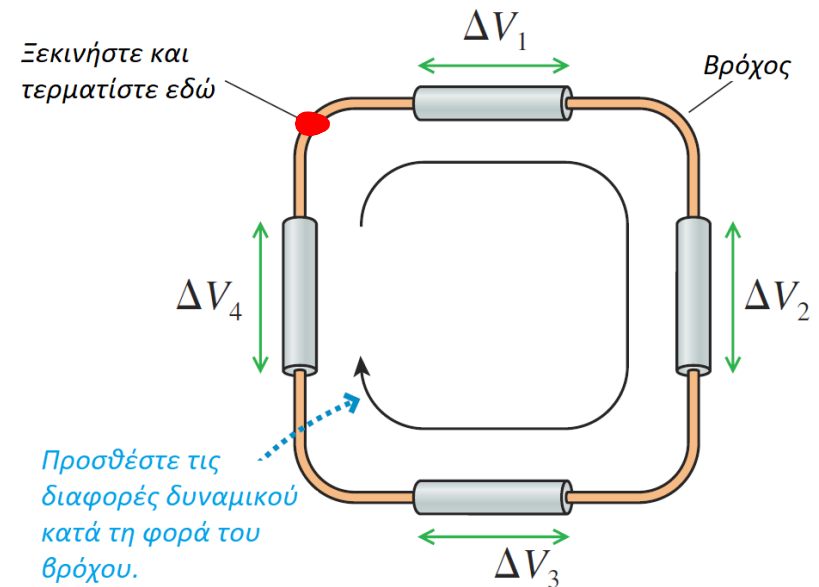
2. Κανόνας βρόχου:

$$\sum_{\text{βρόχος}} \Delta V = 0$$

Προέρχεται από την αρχή διατήρησης της ενέργειας



Κανόνας κόμβου: $I_1 = I_2 + I_3$



Κανόνας βρόχου: $\Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 + \Delta V_4 = 0$



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

Κανόνες προσήμου

- 1. Η διαφορά δυναμικού στα άκρα αντιστάτη κατά τη φορά του ρεύματος είναι

$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a = -IR$$

- 2. Η διαφορά δυναμικού στα άκρα αντιστάτη κατά την αντίθετη φορά του ρεύματος είναι

$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a = IR$$

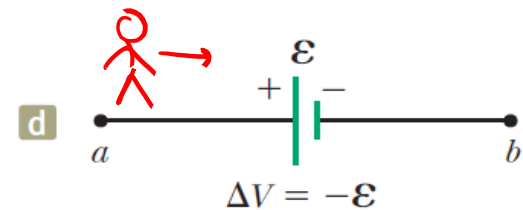
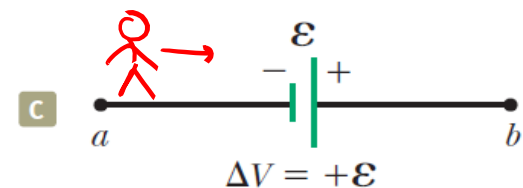
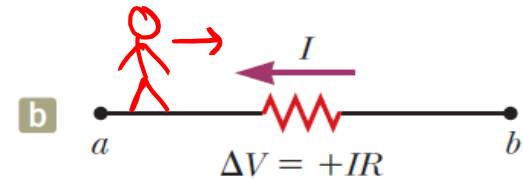
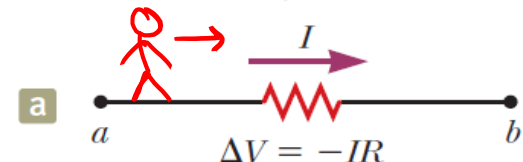
- 3. Η διαφορά δυναμικού στα άκρα μιας πηγής ΗΕΔ είναι $+\mathcal{E}$ αν τη διατρέχουμε από τα αρνητικά προς τα θετικά

$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a = \mathcal{E}$$

- 4. Η διαφορά δυναμικού στα άκρα μιας πηγής ΗΕΔ είναι $-\mathcal{E}$ αν τη διατρέχουμε από τα θετικά προς τα αρνητικά

$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a = -\mathcal{E}$$

Σε κάθε διάγραμμα, $\Delta V = V_b - V_a$ και το στοιχείο κυκλώματος διατρέχεται από το a στο b , αριστερά προς δεξιά.



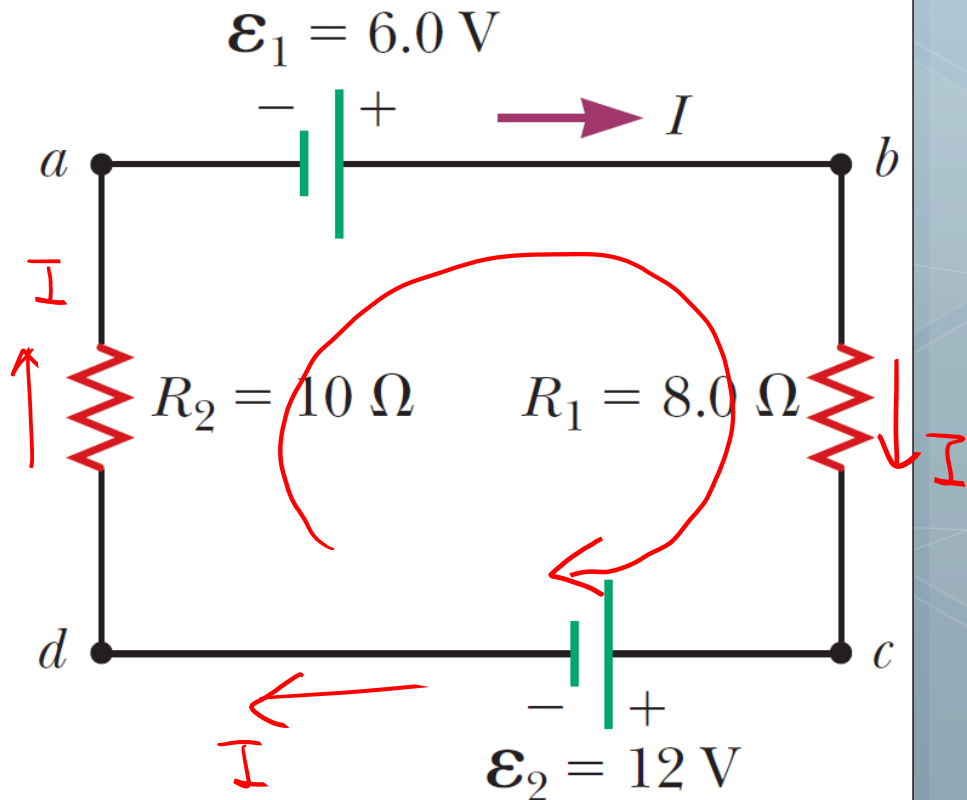


Ηλεκτρικά Κυκλώματα

◉ Παράδειγμα:

- ◉ Ένα κύκλωμα απλού βρόχου περιέχει δυο αντιστάτες και δυο πηγές όπως στο σχήμα. Βρείτε το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα.

Υποθέτω ότι η φορά τα
ρεύματος είναι όπως στο
σχήμα (ΤΥΧΑΙΑ)



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

• Παράδειγμα – Λύση:

- Βρείτε το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα.

Από το 2^ο κανόνα Kirchhoff στο
πηνόκινο $bcdab$:

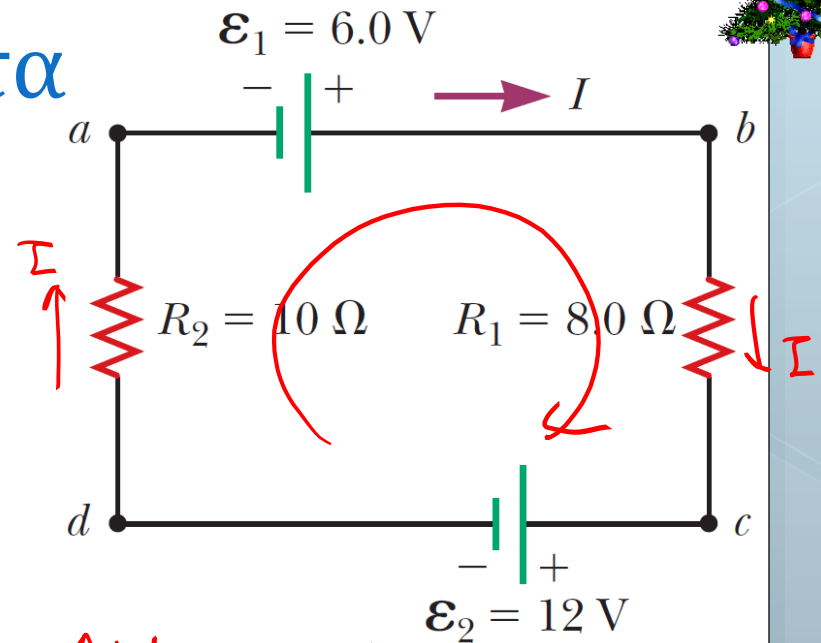
$$\sum_{bcdab} \Delta V = 0 \Leftrightarrow \Delta V_{bc} + \Delta V_{cd} + \Delta V_{da} + \Delta V_{ab} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -IR_1 - \mathcal{E}_2 - IR_2 + \mathcal{E}_1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -8I - 12 - 10I + 6 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -18I - 6 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow I = -\frac{1}{3} \text{ A}$$



Το "-" σημαίνει
ότι το ρεύμα έχει αντί-
θεση φορά από το σχήμα!

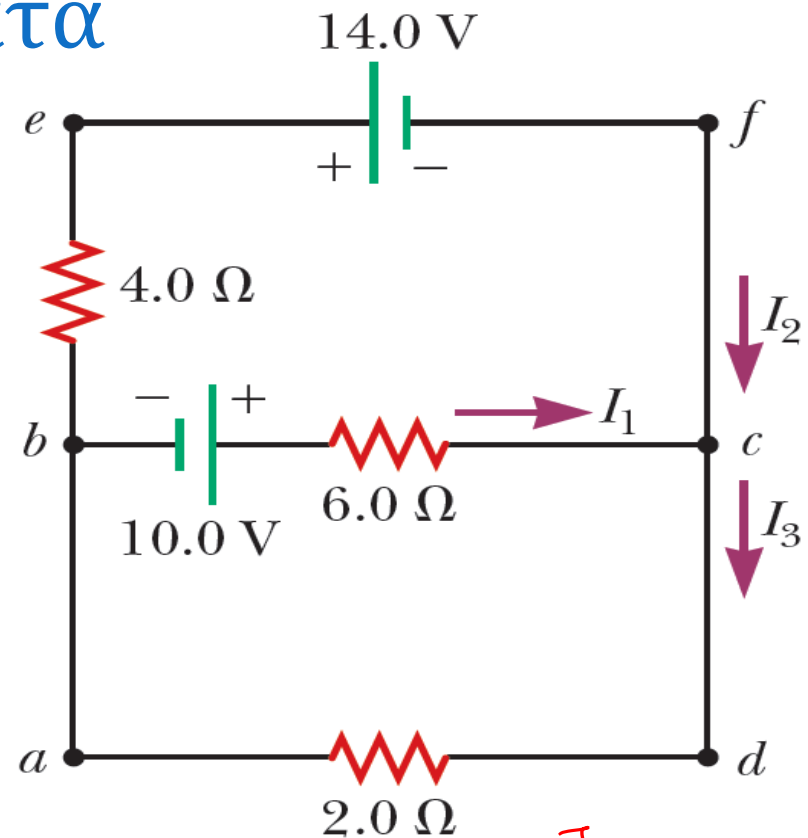




Ηλεκτρικά Κυκλώματα

● Παράδειγμα:

- Βρείτε τα ρεύματα I_1, I_2, I_3 του διπλανού κυκλώματος και υπολογίστε τη διαφορά δυναμικού και την ισχύ που παραδίδεται στα άκρα του αντιστάτη αντίστασης $2\ \Omega$.



Έχουμε κέρβους (b, c) και
τρεις βρόχους $(efcdabe,$
 $efcb e, bcda b)$. Έχουμε 3 αγνώστους, θέλουμε 3 εξισώσεις.
Η επιλογή των φορέων των ρευμάτων είναι ΤΥΧΑΙΑ!

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

Παράδειγμα – Λύση:

Στα κόμβους c , ισχύει ο 1ος κανόνας Kirchhoff:

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (1)$$

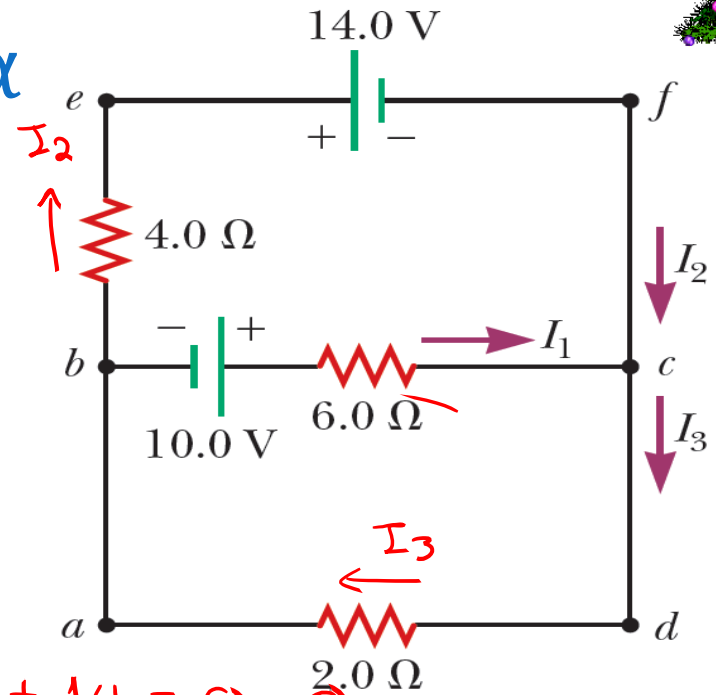
Στο βρόχο $e b a d c f e$ ισχύει ο 2ος κανόνας Kirchhoff:

$$\sum_{e b a d c f e} \Delta V = 0 \Leftrightarrow +I_2 \cdot 4 + I_3 \cdot 2 + 14 = 0 \quad (2)$$

Στο βρόχο $b c d a b$, ισχύει ο 2ος κανόνας Kirchhoff:

$$\sum_{b c d a b} \Delta V = 0 \Leftrightarrow +10 - 6I_1 - 2I_3 = 0 \quad (3)$$

Λύνοντας το 3×3 σύστημα, $I_1 = 2 \text{ A}$, $I_2 = -3 \text{ A}$, $I_3 = -1 \text{ A}$



Ηλεκτρικά Κυκλώματα

Παράδειγμα – Λύση:

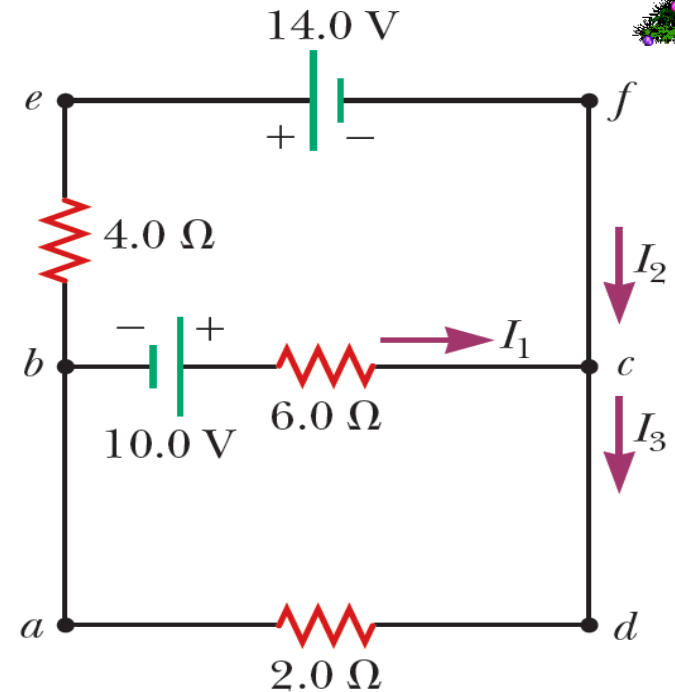
Ξεραφί, όπ $I_3 = 1 \text{ A}$,

$$\Delta V_{2.0} = I_3 \cdot 2 = 1 \cdot 2 = 2 \text{ Volt}$$

λύν

$$P_{2.0} = I_3^2 \cdot 2 = 1^2 \cdot 2 = 2 \text{ Watts}$$

Άρα ο αντιστάτης των 2.0Ω έχει $\Delta V = 2 \text{ V}$ και του παραδίδεται ισχύς 2 W .





Τέλος Διάλεξης